

nung, und zwar entweder von I über die pn-Übergänge  $p_1$ ,  $n_1$  und  $p_2$ ,  $n_2$  nach II oder von II über  $n_2$ ,  $p_2$ ,  $n_1$ ,  $p_1$ ,  $n_3$  nach I.

Symmetrie, im allgemeinsten Sinne das Vorhandensein von Regelmäßigkeiten bestimmter räumlicher oder mathematischer Strukturen, z. B. geometrischer Figuren und Kristalle oder der Materie zugrunde liegender Gesetze, derart, daß diese nach Ausführen bestimmter Operationen, der Symmetrieoperationen, wieder in sich übergehen. Die Gesamtheit der Symmetrieoperationen einer bestimmten Art bildet dabei eine Symmetriegruppe.

1) Geometrische und kristallographische S.n sind besonders anschaulich. Die geometrische S. äußert sich in der Invarianz ebener geometrischer Objekte gegenüber Drehungen um einen Punkt oder eine Achse und gegenüber Spiegelungen an einem Punkt, einer Achse oder einer Ebene. So ist z. B. ein Quadrat invariant gegenüber Drehungen um jeweils 90° um die senkrecht zur Zeichenebene durch den Mittelpunkt gehenden Achse (Abb. 1a) und gegenüber Spiegelung am Mittelpunkt (Abb. 1b) sowie an den Diagonalen und den Seitenhalbierenden (Abb. 1c). Schöne Regelmäßigkeiten weist die Struktur von Schneekristallen (Abb. 2) und anderen Kristallen auf. Weniger deutlich ausgeprägt ist die S. biologischer Objekte (Abb. 3). auch ein aufrecht stehender Mensch z. B. hat äußerlich etwa Spiegelsymmetrie, d. h., Spiegelung an einer geeignet gewählten, gedachten Ebene ergibt ein "Bild", das sich mit dem "Original" näherungsweise deckt (was jedoch für die inneren Organe nicht zutrifft).

Im folgenden werden die wichtigsten Begriffe zur Klassifikation der räumlichen S.n und ihrer physikalischen Anwendung, z. B. Symmetrieoperation, Symmetrieelement, Raumbewegung, Raumgruppe, zunächst anschaulich erläutert und dann exakt definiert.

Durch die Bewegung eines starren Körpers kann man jedem der Punkte des Raumes, mit denen Punkte des Körpers vor Beginn der Bewegung zusammenfielen, wieder einen Punkt des Raumes zuordnen, nämlich den, den der betreffende Punkt des Körpers nach Beendigung der Bewegung einnimmt. Eine solche Zuordnung oder Abbildung läßt sich auf beliebige Teile des Raumes ausdehnen, indem man sich den starren Körper entsprechend ergänzt denkt. Die so erhaltene Zuordnung der Punkte des Raums zu Punkten des Raums nennt man eine eigentliche Raumbewegung. Eigentliche Raumbewegungen sind Translationen, Drehungen sowie Bewegungen, die sich aus Translationen und Drehungen zusammensetzen. Spricht man von Raumbewegungen schlechthin, so läßt man auch uneigentliche Raumbewegungen zu, bei denen die Zuordnung durch eine Spiegelung oder eine Spiegelung mit nachfolgender eigentlicher Raumbewegung bewirkt wird.

Raumbewegung bedeutet also abstandstreue Abbildung eines Teils des Raums auf einen Teil des Raums.

Als Deckoperation einer räumlichen Verteilung  $\varrho(\vec{r})$  bezeichnet man eine Raumbewegung, die jedem Punkt (Ortsvektor F) einen solchen Punkt (7') so zuordnet, daß die Funktionswerte der Verteilung an diesen Punkten gleich sind, also  $\varrho(\vec{r}) = \varrho(\vec{r}')$  gilt. Zeigt z. B. jemand eine "lange Nase", so ist seine rechte Hand mit seiner linken durch die Deckoperation "Gleitspiegelung" (Spiegelung mit nachfolgender Translation) verknüpft. Es kommt durch diese Deckoperation z. B. das Bild des rechten kleinen Fingers mit dem linken kleinen Finger zur Deckung.

Mathematisch ausgedrückt: Sind die Punkte mit Ortsvektor f eines Teils I des Raums durch eine Eigenschaft  $o(\vec{r})$  charakterisiert, die des Teils II (Ortsvektor  $\vec{r}'$ ) durch  $\varrho(\vec{r}')$ , und ordnet eine Raumbewegung jedem Punkt feinen Punkt  $\vec{r}' = f(\vec{r})$  zu, so nennt man diese Raumbewegung immer dann und nur dann eine Deckoperation, wenn für alle  $\vec{r}$  aus dem Bereich I  $\varrho(f(\vec{r}))$  $= \varrho(\vec{r}') = \varrho(\vec{r})$  gilt. Sind die Bereiche I und II des Raums, für die f bzw. f' definiert sind, identisch, also z. B. die Punkte ein und desselben Körpers, so heißt die Deckoperation Symmetrieoperation des Körpers.

Die Gesamtheit der Symmetrieoperationen eines Körpers bildet eine Gruppe im mathematischen Sinne. Das bedeutet unter anderem: Läßt sich eine Raumbewegung aus Raumbewegungen zusammensetzen, die Symmetrieoperationen eines Körpers sind, so ist die zusammengesetzte Raumbewegung ebenfalls Symmetrieoperation dieses Körpers. Die Gruppe der Symmetrieoperationen eines Körpers bezeichnet man als Symmetriegruppe dieses Körpers.

Als Symmetrieelement bezeichnet man die von einer Symmetrieoperation erzeugte zyklische Gruppe, d. h. die Gruppe, die die Identität und alle diejenigen Raumbewegungen enthält, die sich durch ein- oder mehrmalige Anwendung dieser Symmetrieoperation ergeben. So z. B. enthält das Symmetrieelement "4zählige Drehachse" die folgenden Symmetrieoperationen:

Identität (das Eins-Element), Drehung um 90°, Drehung um 180°, Drehung um 270°. Charakterisiert man z. B. ieden Punkt, der auf einem Blütenblatt liegt (Abb. 4), durch  $\varrho(\vec{r}) = 1$ , jeden Punkt auf einem Staubgefäß durch  $\varrho(\vec{r}) = 2$  und alle Punkte außerhalb der Blüte durch  $\rho = 0$ , so ordnen die vier Drehungen (um 0°, 90°, 180°, 270°) sowie die Spiegelungen an vier Spiegelebenen Punkte mit gleichem o-Wert einander zu. Die Symmetriegruppe dieser Blüte enthält 5 Symmetrieelemente: die 4zählige Drehachse und die 4 Spiegelebenen.

Wenn man von der Symmetrie eines geometrischen Gebildes, z. B. eines Polyeders, spricht, so geht man von der Vorstellung aus, daß allen durch dieses Gebilde charakterisierten Punkten  $\vec{r}_i$  (z. B. den Punkten der Berandung oder des Inneren des Polyeders) derselbe Wert von o zugeordnet ist, z. B.  $\varrho(\vec{r}_i) = 1$ , allen anderen Punkten  $\vec{r}_a$  der Wert  $\varrho(\vec{r}_a) = 0$ . Symmetrieoperationen eines Polyeders ordnen also Punkten innerhalb des Polyeders Punkte innerhalb, solchen außerhalb wieder solche außerhalb und Punkten der Berandung Punkte der Berandung

Zur Charakterisierung eines Symmetrieelements verwendet man eine erzeugende Symmetrieoperation, z. B. für die 4zählige Drehachse eine Drehung um 90° oder -90°.

Jede Symmetriegruppe läßt sich durch die Gesamtheit der Symmetrieelemente charakterisieren, die Untergruppen der Symmetriegruppe sind. Auf diesem Prinzip beruhen z. B. die Hermann-Mauguinschen Symbole für Symmetriegruppen. In diesen werden die Hermann-Mauguinschen Symbole für die Symmetrieelemente angegeben (Abb. 5, S. 1522).

Beachte: Symmetrieelemente sind nicht Elemente (im mathematischen Sinn) einer Symmetriegruppe, sondern ihre Untergruppen, andererseits sind die Elemente (im mathematischen Sinn) einer Symmetriegruppe die Symmetrieoperationen.

Von besonderer Bedeutung sind Punktsymmetriegruppen oder Punktgruppen, die die S. endlicher starrer Körper beschreiben. Die Symmetrieoperationen einer Punktgruppe heißen Punktsymmetrieoperationen, weil sie mindestens einen Punkt des Körpers – den geometrischen Schwerpunkt - auf sich abbilden; die entsprechenden Symmetrieelemente heißen Punktsymmetrieelemente. Folgende Raumbewegungen können als Punktsymmetrieoperationen auftreten: Drehungen, Spiegelungen und ihre Zusammensetzungen.

Die Punktgruppe eines nicht rotationssymmetrischen Körpers hat endlich viele Elemente. In ihr können nur Drehungen um Winkel  $2\pi \cdot m/Z$  (mit m und Z ganzen Zahlen) vorkommen. Sind m und Z teilerfremd, so enthält das dieser Symmetrieoperation entsprechende Symmetrieelement auch eine Drehung um  $2\pi/Z$ und heißt Z-zählige Drehachse. Die Gerade. deren Punkte bei den Symmetrieoperationen einer Z-zähligen Drehachse in sich übergehen. wird ebenfalls Z-zählige Drehachse genannt.

Setzt man die Raumbewegungen Drehung um 180° und Spiegelung an einer Ebene, die auf der Drehachse senkrecht steht, zusammen, so erhält man die Raumbewegung Inversion, die

auch Spiegelung an einem Punkt, dem Schnittpunkt der Drehachse mit der Spiegelebene, genannt wird. Das entsprechende Symmetrieelement heißt Symmetriezentrum, ebenso wie der Punkt, an dem gespiegelt wird. Wählt man diesen Punkt als Ursprung, so geht bei der Inversion ein Punkt mit Ortsvektor f in einen solchen mit Ortsvektor  $-\vec{r}$  über.

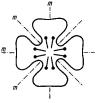
Eine Raumbewegung, die durch Zusammensetzung einer Drehung um  $2\pi/Z$  mit einer Inversion entsteht, heißt Z-zählige Drehinversion. eine solche, die durch Zusammensetzen einer Drehung um  $2\pi/Z$  mit einer Spiegelung an einer zur Drehachse senkrechten Ebene entsteht, Z-zählige Drehspiegelung. Jede Drehspiegelung läßt sich als Drehinversion auffassen und umgekehrt (Tab. 1, S. 1523).

Deck- bzw. Symmetrieoperationen, die eigentlichen Raumbewegungen entsprechen, werden dieser parallele Spiegelals 1. Art, solche, die uneigentlichen Raum- ebenen. Punktgruppe bewegungen entsprechen, als 2. Art bezeichnet. 4 mm Andererseits unterscheidet man einfache von zusammengesetzten Deck- bzw. Symmetrieoperationen. Die einfachen Operationen 1. Art sind Translationen und Drehungen, zusammengesetzte Operationen 1. Art sind die Schraubungen. Als einfache Operation 2. Art wählt man die Inversion an einem Punkt oder - weniger gebräuchlich - die Spiegelung an einer Ebene. Im ersten Fall erscheint die Spiegelung an einer Ebene als zusammengesetzt aus Inversion und 2zähliger Drehung, im zweiten Fall die Inversion als zusammengesetzt aus Spiegelung an einer Ebene und 2zähliger Drehung. In beiden Fällen ergeben sich die höherzähligen Drehinversionen als zusammengesetzte Operationen 2. Art.

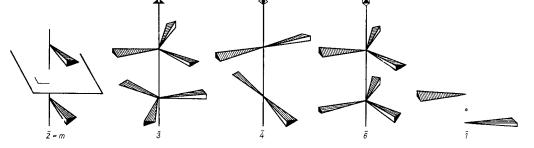
Die Symmetriegruppen dreidimensional periodischer Gebilde, die nicht beliebig kleine Translationen als Symmetrieoperationen enthalten, heißen Raumgruppen. Die S. der Idealstruktur eines - Kristalls wird demnach durch eine Raumgruppe beschrieben.

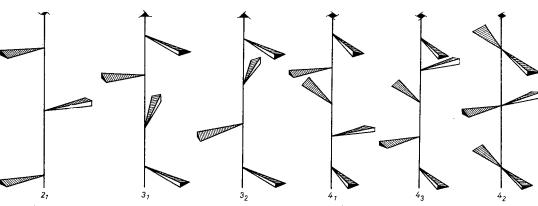
Die Gesamtheit der Translationen einer Raumgruppe läßt sich aus einem Tripel von nicht komplanaren Vektoren, den Basisvektoren (-> Elementarzelle), erzeugen und bildet eine Untergruppe der Raumgruppe, ihre Translationsgruppe. Raumgruppen, die sich nur durch das Trinel ihrer Basisvektoren unterscheiden. nennt man gleich. Es gibt 230 Raumgruppen (Tab. 2. S. 1524). Im Gegensatz zu den Punktgruppen können in Raumgruppen außer Punktsymmetrieoperationen auch solche Symmetrieoperationen auftreten, deren Raumbewegung sich aus einer Translation und einer Raumbewegung zusammensetzen läßt, die - wie eine Punktsymmetrieoperation - einen bestimmten Punkt des Raumes in sich selbst überführt, wobei weder die Translation noch die zweite Raumbewegung allein Symmetrieoperation der Raumgruppe ist. Derartige Symmetrieoperationen sind Schraubungen, d. h. die Zusammensetzungen einer Drehung mit einer Translation, und die Gleitspiegelung, d. h. die Zusammensetzung einer Spiegelung mit einer Translation. Die entsprechenden Symmetrieelemente heißen Schrauhenachsen und Spiegelehene. Drehachsen. Schraubenachsen und Drehinversionsachsen (Drehspiegelachsen) werden unter dem Begriff Symmetrieachsen, Spiegelebenen und Gleitspie1521

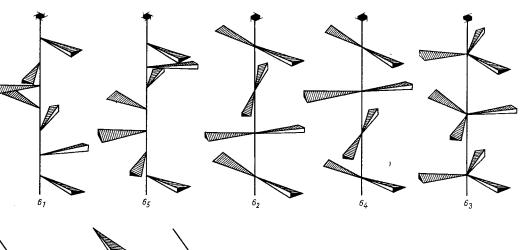
Symmetrie



Symmetrie: Vierzählige Drehachse und vier zu







5 Darstellung der Symmetrieelemente mit Angabe des Hermann-Mauguin-Symbols (Erläuterungen in Tab. 1)

Gleitspiegelebene

gelebenen unter dem Begriff Symmetrieebenen zusammengefaßt.

Nicht alle Symmetrieoperationen sind mit einer Translationsgruppe verträglich. Insbesondere können von den Symmetrieachsen nur 2-, 3-, 4- und 6zählige zusammen mit einer Translationsgruppe vorkommen, wenn die Translationsgruppe nicht beliebig kleine Translationen enthält. Symmetrieoperationen, die als Elemente einer Raumgruppe auftreten können, Symmetrieelemente und Punktgruppen, die Untergruppen von Raumgruppen sind, nennt man kristallographische Symmetrieoperationen bzw. Symmetrieelemente oder Punktgruppen.

Die international gebräuchlichen Hermann-Mauguinschen Symbole für kristallographische Symmetrieelemente lassen sich Tab. 1 und Tab. 2 entnehmen. Die 230 Raum- und die 32 kristallographischen Punktgruppen sind in Tab. 2 zusammengestellt, wobei an erster Stelle des Raumgruppensymbols angegeben wird, ob das Basisvektorentripel, das den für das Kristallsystem vorgeschriebenen Bedingungen (Tab. 3, Spalte 3 und 4) entsprechend gewählt wurde, primitiv (P) ist oder in welcher Weise es zentriert ist, d. h., welches Bravais-Gitter der Raumgruppe zuzuordnen ist (→ Elementarzelle, Abb.). Auf welche Richtungen sich die 2., 3., 4. Stelle im Raumgruppensymbol bzw. die 1., 2., 3. Stelle des Punktgruppensymbols bezieht, ist in der letzten Spalte von Tab. 3 angegeben. Durch das Raum- bzw. Punktgruppensymbol sind diese Gruppen eindeutig bestimmt. Eine Erläuterung ist lediglich bei den Raumgruppen 1 2 2 2, I 2<sub>1</sub> 2<sub>1</sub> 2<sub>1</sub>, I 2 3 und I 2<sub>1</sub> 3 erforderlich: Alle diese Raumgruppen enthalten sowohl 2zählige Dreh- als auch 2zählige Schrauben-

achsen parallel zu den drei Basisvektoren. Nach Übereinkunft schneiden sich in I 2 2 2 und I 2 3 die Zzähligen Drehachsen in einem Punkt, die Schraubenachsen sind windschief zueinander, in den Raumgruppen I 2<sub>1</sub> 2<sub>1</sub> und I 2<sub>1</sub> 3 ist es umgekehrt.

Die 17 Symmetriegruppen, die zweidimensionale, zweifach-periodische Gebilde (z. B. Oberflächen) haben können, heißen ebene Gruppen, die 80 Symmetriegruppen, die bei dreidimensionalen, zweifach-periodischen Objekten (z. B. Schichten) auftreten können, werden ebene Raumgruppen genannt.

Im Gegensatz zu den kristallographischen Symmetrieoperationen bzw. Symmetrieelementen und Punktgruppen nennt man z. B. eine Drehung um 30°, die entsprechende 12zählige Drehachse sowie die S. des regelmäßigen Ikosaeders (des durch 20 gleichseitige Dreiecke begrenzten Polyeders, das 5zählige Achsen hat) nichtkristallographisch.

Nichtkristalliographische, z. B. 5- oder 8zählige Achsen sind in Näherung bei manchen biologischen Objekten (z. B. Blüten, Seesterne) und auch Molekülen zu finden.

Obwohl die Idealstruktur der Kristalle anisotrop ist, d. h. physikalische Vorgänge (z. B. die Ausbreitung des Lichts), die von der Idealstruktur abhängen, in verschiedenen Richtungen verschieden verlaufen, verhalten sich Richtungen, die durch Symmetrieoperationen verknüpft sind, gleichartig. Da jede Richtung durch Translationen sich selbst zugeordnet wird, ordnet eine Symmetrieoperation, deren Raumbewegung sich aus einer Punktsymmetrieoperation und einer Translation zusammensetzt, dieselben Richtungen einander zu wie die betref-

Tab. 1. Kristallographische Symmetrieoperationen

	ichnung der	Bezeichnung des entsprechenden	Hermann-	Ar	t	ein- fache	zusammen- gesetzte
Sym	metricoperation	Symmetrieelements (Abb. 5)	Mauguin- Symbol	1.	2.	Tache	gesetzte
(	2zählige Drehung	2zählige Drehachse	2	+		+	
	3zählige Drehung	3zählige Drehachse	3	+		+	
	4zählige Drehung	4zählige Drehachse	4	+		+	
	6zählige Drehung	6zählige Drehachse	6	+		+	
	Inversion (Spiegelung an einem Punkt	Inversionszentrum (Symmetriezentrum)	1		+	+	
1	Spiegelung an einer Ebene	Spiegelebene	$\overline{2} = m$		+	+	
	3zählige Drehinversion	3zählige Drehinversionsachse	3		+		+
5	(6zählige Drehspiegelung)	(6zählige Drehspiegelachse)					
Punktsymmetrieoperationen	4zählige Drehinversion	4zählige Drehinversionsachse	4		+		+
	(4zählige Drehspiegelung)	(4zählige Drehspiegelachse)					
	6zählige Drehinversion	6zählige Drehinversionsachse	$\overline{6} = 3/m$		+		+
	(3zählige Drehspiegelung) Translation	(3zählige Drehspiegelachse)		+		+	
	2zählige Schraubung	2zählige Schraubenachse	2,	+			+
	3zählige Schraubung	3zählige Schraubenachse	$3_1, 3_2$	+			+
	4zählige Schraubung	4zählige Schraubenachse	$4_1, 4_2, 4_3$	+			+
	6zählige Schraubung	6zählige Schraubenachse	$6_1, 6_3, 6_5$ $6_2, 6_4$	+			+
	Gleitspiegelung	Gleitspiegelebene			+		+
		mit Gleitkomponente $\vec{a}/2$	a b		+		+
		Ď/2	_		+		+
		<i>₹/</i> 2	c		+		+
		$(\vec{a} + \vec{b})/2$ oder $(\vec{b} + \vec{c})/2$ oder $(\vec{c} + \vec{a})/2$ oder $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})/2$	n		•		
		$(\vec{a} + \vec{b})/4$ oder $(\vec{b} + \vec{c})/4$ oder $(\vec{c} + \vec{a})/4$ oder $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})/4$	d		+		+

Symmetrie

4	Raumgr	Punktgrupp	Punktgruppen							
Kristall- system	Hermann-Mauguinsche Symbole								Hermann- Mauguin- sche Symbole	Schoen- fließsche Sym- bole
ü	P1						*	C <sub>1</sub>	1	C <sub>1</sub>
triklin	P-T							Ci	ī	Ci
	P2	P2 <sub>1</sub>	C2		-			C2(1-3)	2	C <sub>2</sub>
monoklin	Pm	Pc	Cm	Сс				Cs(1-4)	m	Св
- H	P2/m	P2 <sub>1</sub> /m	C2/m	P2/c	P2 <sub>1</sub> /c	C2/c		C <sub>2h</sub> (1-6)	2/m	C <sub>2h</sub>
_	P222 I222	P222 <sub>1</sub> 1212121	P2 <sub>1</sub> 2 <sub>1</sub> 2	P2 <sub>1</sub> 2 <sub>1</sub> 2 <sub>1</sub>	C222 <sub>1</sub>	C222	F222	D <sub>2</sub> (1-9)	222	D <sub>2</sub>
orthorhombisch	Pmm2 Pba2 Abm2 Ima2	Pmc2 <sub>1</sub> Pna2 <sub>1</sub> Ama2	Pcc2 Pnn2 Aba2	Pma2 Cmm2 Fmm2	Pca2, Cmc2, Fdd2	Pnc2 Ccc2 Imm2	Pmn2 <sub>1</sub> Amm2 Iba2	C <sub>2v</sub> (1-22)	mm2	C <sub>2v</sub>
ortho	Pmmm Pcca Pbca Ccca	Pnnn Pbam Pnma Fmmm	Pccm Pccn Cmcm Fddd	Pban Pbem Cmea Immm	Pmma Pnnm Cmmm Ibam	Pnna Pmmn Cccm Ibca	Pmna Pbcn Cmma Imma	D <sub>2h</sub> (1-28)	mmm	Dah
	P4	P4 <sub>1</sub>	P4 <sub>2</sub>	P4 <sub>3</sub>	I4	I4 <sub>1</sub>		C4(1-6)	4	C <sub>4</sub>
	P4	I 4					· · -	S <sub>4</sub> (1-2)	4	S <sub>4</sub>
	P4/m	P4 <sub>2</sub> /m	P4/n	P4 <sub>2</sub> /n	I4/m	I4 <sub>1</sub> /a		C4h(1-6)	4/m	C <sub>4h</sub>
onal	P422 P4 <sub>3</sub> 2 <sub>1</sub> 2	P42 <sub>1</sub> 2 I422	P4 <sub>1</sub> 22 I4 <sub>1</sub> 22	P4 <sub>1</sub> 2 <sub>1</sub> 2	P4 <sub>2</sub> 22	P4 <sub>2</sub> 2 <sub>1</sub> 2	P4 <sub>3</sub> 22	D <sub>4</sub> (1-10)	422	D <sub>4</sub>
tetragonal	P4mm P4 <sub>2</sub> bc	P4bm I4mm	P4 <sub>2</sub> cm I4cm	P4 <sub>2</sub> nm I4 <sub>1</sub> md	P4cc I4 <sub>1</sub> cd	P4nc	P4 <sub>2</sub> mc	C4v(1-12)	4mm	Car
	P42m P4n2	P 4 2c I 4 m2	P 4 2, m I 4 c2	P 4 2 <sub>1</sub> c I 4 2m	P4m2 142d	P4c2	P4b2	D <sub>2d</sub> (1-12)	42m	D <sub>2d</sub>
	P4/mmm P4/ncc P4 <sub>2</sub> /nmc	P4 <sub>2</sub> /mmc	P4/nbm P4 <sub>2</sub> /mcm I4/mmm	P4/nnc P4 <sub>2</sub> /nbc I4/mem	$P4/mbm$ $P4_2/nnm$ $I4_1/amd$	P4/mnc P4 <sub>2</sub> /mbc I4 <sub>1</sub> /acd	P4/nmm P4 <sub>2</sub> /mnm	D <sub>4h</sub> (1-20)	4/mmm	D <sub>4h</sub>
	P3	P3 <sub>1</sub>	P3 <sub>2</sub>	R3	······································			C <sub>3</sub> (1-4)	3	C <sub>3</sub>
=	P 3	R 3						C <sub>3L</sub> (1-2)	3	Cai
trigonal	P312	P321	P3 <sub>1</sub> 12	P3 <sub>1</sub> 21	P3 <sub>2</sub> 12	P3 <sub>2</sub> 21	R32	D <sub>3</sub> (1-7)	32	$D_3$
Ŧ	P3m1	P31m	P3c1	P31c	R3m	R3c		C <sub>3v</sub> (1-6)	3m	C <sub>30</sub>
	P31m	P31c	P3m1	P3c1	R 3 m	R3c		D <sub>3d</sub> (1-6)	<u>3</u> m	D <sub>3d</sub>
	P6	P61	P65	P6 <sub>2</sub>	P64	P63		C <sub>6</sub> (1-6)	6	C <sub>6</sub>
	P 6							C <sub>3h</sub> (1)	6	Сзь
	P6/m	P6 <sub>3</sub> /m						C <sub>6h</sub> (1-2)	6/m	Ceh
nal	P622	P6 <sub>1</sub> 22	P6 <sub>5</sub> 22	P6,22	P6 <sub>4</sub> 22	P6 <sub>3</sub> 22		D <sub>6</sub> (1-6)	622	$D_6$
hexagonal	P6mm	P6cc	P6 <sub>3</sub> cm	P6 <sub>3</sub> mc				C <sub>6v</sub> (1-4)	6mm	C <sub>6</sub> v
hex	P 6 m2	P 6 c2	P 6 2m	P62c			-1	D <sub>3h</sub> (1-4)	6 m2	D <sub>3h</sub>
	P6/mmm	P6/mcc	P6 <sub>3</sub> /mcm	P6 <sub>3</sub> /mmc				D <sub>6h</sub> (1-4)	6/mmm	Deh
	P23	F23	123	P2 <sub>1</sub> 3	12,3			T(1-5)	23	Т
	Pm3	Pn3	Fm3	Fd3	Im3	Pa3	Ia3	Th(1-7)	m3	Th
ch	P432 14 <sub>1</sub> 32	P4 <sub>2</sub> 32	F432	F4 <sub>1</sub> 32	1432	P4 <sub>3</sub> 32	P4 <sub>1</sub> 32	O(1-8)	432	0
kubisch	P 4 3 m	F43m	143m	P 4 3n	F 4 3c	I 4 3 d		Td(1-6)	43m	Td
¥	Pm3m Fd3c	Pn3n Im3m	Pm3n Ia3d	Pn3m	Fm3m	Fm3c	Fd3m	Oh(1-10)	m3m	Oh

<sup>\*)</sup> Die Schoenfließschen Symbole werden in der Reihenfolge, in der die Hermann-Mauguinschen Symbole angegeben sind, durchnumeriert. So hat z. B. die Raumgruppe mit dem Schoenfließschen Symbol C<sup>2</sup> das Hermann-Mauguinsche Symbol P2<sub>1</sub>.

fende Punktsymmetrieoperation; eine Schraubenachse führt demnach zu derselben S. der Anisotropie wie eine gleichzählige, ihr parallele Drehachse, eine Gleitspiegelebene zu derselben wie eine ihr parallele Spiegelebene. Die S. richtungsabhängiger Eigenschaften eines Kristalls läßt sich demnach durch eine kristallographische Punktgruppe beschreiben, die man aus der Raumgruppe erhält, indem man Translationen und Translationskomponenten von Symmetrieoperationen ignoriert. Die Raumgruppen lassen sich entsprechend dieser Zuordnung zu Punktgruppen in Klassen einteilen, die Kristallklassen genannt werden.

Jede Kristallklasse erhält dasselbe Symbol wie die sie charakterisierende Punktgruppe. Diese Zuordnung ist Tab. 3 zu entnehmen.

Die kristallographischen Punkt- und Raumgruppen werden entsprechend den in Spalte 2 der Tab. 3 angegebenen Merkmalen zu Kristallsystemen zusammengefaßt. Jeder Kristall, der einem bestimmten Kristallsystem angehört, läßt erlangt. sich auf ein Tripel von Basisvektoren mit ganz bestimmten Eigenschaften beziehen (Tab. 3, Spalte 3); andererseits ist das so erhaltene Tripel von Basisvektoren für das Kristallsystem meist charakteristisch. Eine Ausnahme bilden lediglich das trigonale und hexagonale Kristallsystem; Kristalle, die diesen Kristallsystemen angehören, lassen sich auf ein hexagonales oder

auch auf ein orthohexagonales Achsensystem beziehen. Von manchen Autoren werden daher hexagonale und trigonale Kristalle als zu einem Kristallsystem gehörig angesehen. Kristallen, die bezogen auf ein hexagonales Achsensystem ein primitives, bezogen auf ein orthohexagonales Achsensystem dementsprechend ein C-zentriertes Punktgitter haben, werden daher auch allgemein demselben Bravais-Gitter zugeordnet, unabhängig davon, ob sie 6- oder nur 3zählige Achsen haben. Rhomboedrische Kristalle, d. h. Kristalle mit rhomboedrischem Bravais-Gitter, werden (hauptsächlich in älterer Literatur) auch auf ein rhomboedrisches Vektorentripel bezogen, das eine primitive Elementarzelle aufspannt und dessen Basisvektoren durch die 3zählige Achse verknüpft sind.

2) Verallgemeinerte geometrische und kristallographische S.n, die als Antisymmetrie oder Schwarzweißsymmetrie bezeichnet werden, haben in letzter Zeit größere Bedeutung

Ordnet eine Raumbewegung jedem Punkt ? eines Bereichs einen Punkt  $\vec{r}' = f(\vec{r})$  desselben Bereichs zu, so daß für eine Verteilung  $\varrho(\vec{r})$  die Beziehung  $\varrho(\vec{r}) = -\varrho(\vec{r}') = -\varrho(f(\vec{r}))$  gilt, so nennt man die Raumbewegung eine Antisymmetrieoperation oder Schwarzweißsymmetrieoperation. Gibt es für einen bestimmten Körper

und die räumliche Verteilung einer Eigenschaft

Bravais- Richtungen, auf die sich die

Tab. 3. Die 7 Kristallsysteme

Kristall- system	Charakterisierung des Kristallsystems	Wahl der Basisvektoren $\vec{a}$ , $\vec{b}$ , $\vec{c}$	Bedingungen für $ \vec{a} ,  \vec{b} ,  \vec{c} $	Bravais- Gitter (1. Stelle im Raum- gruppen- symbol*)	2. bis 4. S	en, auf die s telle im Ra ol beziehen: 3. Stelle	umgrup-
triklin	wind Symmetriezentren keine Symmetriezentren zählige Achsen parallel oder Symmetriezenen senkrecht zu einer aus- gezeichneten Richtung, sonst (außer Translationen und Symmetriezentren) keine Symmetriezentren) keine Symmetriezelemente 2zählige Achsen parallel oder Symmetrieebenen senkrecht zu 3 aufeinander	reduzierte Elementarzelle	keine Bedingungen	P	nur l oder T möglich	•	•
monoklin		$\vec{b}$ in der ausgezeichneten Richtung (seltener $\hat{c}$ , 1. Orientierung)	$\alpha = \gamma = 90^{\circ}$ (bzw. $\alpha = \beta = 90^{\circ}$ )	P, C (P, B)	$\vec{b}$ ( $\vec{c}$ )		:
ortho- rhombisch		Symmetrieachsen oder senkrecht zu Symmetrie- ebenen	$\alpha = \beta = \gamma = 90^{\circ}$	P, C, F, I	đ	$\vec{b}$	Ĉ
tetragonal	elemente 4zählige Achsen parallel zu nur einer Richtung	Achsen, a kleinster	$\begin{array}{l} \alpha = \beta = \gamma = 90^{\circ} \\  \vec{a}  =  \vec{b}  \end{array}$	P, I	Ċ	ā	$\vec{a} + \vec{b}$
trigonal**)	3zählige Achsen parallel zu nur einer Richtung	Translationsvektor $\perp \vec{c}$ parallel zu 3- bzw. 6zähligen Achsen,	$ \alpha = \beta = 90^{\circ}  \gamma = 120^{\circ}   \vec{a}  =  \vec{b}  $	$\begin{cases} P, R \end{cases}$	ċ	ā	$\vec{a} - \vec{b}$
Laura	6zählige Achsen parailel	ā kleinster Trans-	u  =  v	P	₹ .	ā	$\vec{a} - \vec{b}$
gonal**) zu r kubisch 4- o para senk tung Ach	u nur einer Richtung - oder 2zählige Achsen arallel zu 3 aufeinander enkrecht stehenden Rich- ungen, außerdem 3zählige Achsen unter Winkeln von 4,7° zu den ersteren	lationsvektor $\perp$ $\hat{c}$ $\hat{d}$ , $\hat{b}$ , $\hat{c}$ parallel zu den aufeinander senkrecht stehenden 2- oder 4zähligen Achsen	$\alpha = \beta = \gamma = 90^{\circ}$ $ \vec{a}  =  \vec{b}  =  \vec{c} $	P, F, I	ā	$\vec{a} + \vec{b} +$	<i>ċ ā + b</i>

<sup>\*)</sup> nach Hermann-Mauguin

\*\*) für trigonale Kristalle mit rhomboedrischer Zentrierung wird auch (hauptsächlich in der älteren Literatur) ein "rhomboedrisches"

\*\*) für trigonale Kristalle mit rhomboedrischer Zentrierung wird auch (hauptsächlich in der älteren Literatur) ein "rhomboedrisches"

\*\*) für trigonale Kristalle mit rhomboedrischer Zentrierung wird auch (hauptsächlich in der älteren Literatur) ein "rhomboedrisches"

Tripel von Basisvektoren  $\vec{a}_1$ ,  $\vec{a}_2$ ,  $\vec{a}_3$  verwendet, das eine primitive Elementarzelle aufspannt, wobei diese 3 Vektoren durch 3zählige

Tripel von Basisvektoren  $\vec{a}_1$ ,  $\vec{a}_2$ ,  $\vec{a}_3$  verwendet, das eine primitive Elementarzelle aufspannt, wobei diese 3 Vektoren durch 3zählige

Achsen verknüpft sind, somit  $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = |\vec{a}_3|$  und  $\alpha = \beta = \gamma$  gilt. Für trigonale und hexagonale Kristalle findet auch ein orthohexa
Achsen verknüpft sind, somit  $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = |\vec{a}_3|$  und  $\alpha = \beta = \gamma$  gilt. Für trigonale und hexagonale Kristalle findet auch ein orthohexa
Achsen verknüpft sind, somit  $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = |\vec{a}_3|$  und  $\alpha = \beta = \gamma$  gilt. Für trigonale und hexagonale Kristalle findet auch ein orthohexa
Achsen verknüpft sind, somit  $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = |\vec{a}_3|$  und  $\alpha = \beta = \gamma$  gilt. Für trigonale und hexagonale Kristalle findet auch ein orthohexa
Achsen verknüpft sind, somit  $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_3|$  und  $\alpha = \beta = \gamma$  gilt. Für trigonale und hexagonale Kristalle findet auch ein orthohexa
Achsen verknüpft sind, somit  $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_3|$  und  $\alpha = \beta = \gamma$  gilt. Für trigonale und hexagonale Kristalle findet auch ein orthohexa
Achsen verknüpft sind, somit  $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_3|$  und  $\alpha = \beta = \gamma$  gilt. Für trigonale und hexagonale Kristalle findet auch ein orthohexa
Achsen verknüpft sind, somit  $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_3|$  und  $\alpha = \beta = \gamma$  gilt. Für trigonale und hexagonale Kristalle findet auch ein orthohexa
Achsen verknüpft sind, somit  $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_3|$  und  $\alpha = \beta = \gamma$  gilt. gonales Achsentripel  $\vec{a}_0$ ,  $\vec{b}_0$ ,  $\vec{c}_0$  Verwendung; dieses führt zu einer C-flächenzentrierten Zelle mit  $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$  und  $|\vec{b}| = \sqrt{3} \cdot |\vec{a}|$ . Diese Tripel von Basisvektoren hängen mit dem hexagonalen a, b, c wie folgt zusammen:

Diese Tripel von Basisvektoren hangen mit dem nexagonaten 
$$\vec{a}_1$$
,  $\vec{c}_1$ ,  $\vec{c}_2$ ,  $\vec{c}_3$ ,  $\vec{c}_4$ ,  $\vec{c}_4$ ,  $\vec{c}_5$ ,  $\vec{c}_6$ 

96 ABC P

 $\varrho(\vec{r})$  eine Antisymmetrieoperation, die den Punkt

 $\vec{r}$  dem Punkt  $\vec{r}'$  zuordnet, so daß  $\rho(\vec{r}) = -\rho(\vec{r}')$ 

Punkt  $\vec{r}$  einen Punkt  $g(\vec{r}) = \vec{r}^{"}$  zuordnet, so daß

auch  $\varrho(\vec{r}) = -\varrho(g(\vec{r})) = -\varrho(\vec{r}'')$  gilt, so sind die

Zuordnungen von  $\vec{r}$  zu  $g(f(\vec{r})) = g(\vec{r}')$  und von

 $\vec{r}$  zu  $f(g(\vec{r})) = f(\vec{r}'')$  gewöhnliche Symmetrieope-

rationen, d. h., es gilt  $\varrho(\vec{r}) = \varrho(f(g(\vec{r}))) =$ 

 $\varrho(f(\vec{r}'')) = \varrho(g(f(\vec{r}))) = \varrho(g(\vec{r}'))$ . Gibt es anderer-

seits eine Antisymmetrieoperation, die F dem

Punkt F' zuordnet, und eine gewöhnliche Sym-

 $-\varrho(f(\vec{r}))$  gilt, und eine weitere, die jedem

Von Bedeutung sind die Antisymmetrien und insbesondere die Schubnikow-Gruppen zur Beschreibung von Kristallstrukturen, in denen Atome mit magnetischem Moment vorhanden sind. Dabei ist zu berücksichtigen, daß das magnetische Moment ein axialer Vektor ist, der durch gewöhnliche Spiegelung oder Gleitspiegelung an einer auf ihm senkrecht stehenden Ebene oder gewöhnliche Drehung oder Schraubung um eine ihm parallele Gerade einem ihm parallelen Vektor zugeordnet wird, während eine Spiegelung oder Gleitspiegelung an einer zu ihm parallelen Ebene oder Drehung um eine zu ihm senkrechte Gerade seinen Richtungssinn umkehrt. Die Antisymmetrieoperationen ergeben den umgekehrten Richtungssinn wie die entsprechenden gewöhnlichen.

Eine weitere Verallgemeinerung des Symmetriebegriffs stellt die Farbsymmetrie dar, die man z. B. zur Charakterisierung geordneter Mischkristalle verwenden kann. Hierbei ordnet man verschiedenen Atomsorten verschiedene Farben zu und betrachtet neben den geometrischen Symmetrieoperationen, die jedem Atom ein Atom gleicher Art zuordnen, auch Farbsymmetrieoperationen, bei deren Anwendung manche Arten von Atomen zyklisch vertauscht werden.

3) Die S. der Naturgesetze spiegelt dagegen nicht nur optisch sichtbare Regelmäßigkeiten wider. Diese S. der Materie äußert sich darin, daß die Naturgesetze gegenüber bestimmten Transformationsgruppen, den Symmetriegruppen, kovariant sind. So sind die Maxwellschen Gleichungen der Elektrodynamik kövariant (forminvariant) gegenüber den Koordinatentransformationen der inhomogenen Lorentz-Gruppe; sie haben im ursprünglichen Koordinatensystem und in dem durch diese Transformationen daraus hervorgehenden die gleiche Form. Da die Lorentz-Transformationen auch die Translationen in Raum und Zeit sowie die räumlichen Drehungen enthalten, bedeutet das

Für Elementarteilchen spielen innere S.n eine wesentliche Rolle, die auf der → Invarianz der Naturgesetze gegenüber weiteren, nicht räumlichen Transformationen beruhen (→ Erhaltungssätze). Die wichtigste ist die SU(3)-Symmetrie der starken Wechselwirkung (→ unitäre Symmetrie). Sie führte zur Voraussage des Omega-minus-Hyperons und zu einer erfolgreichen Klassifizierung der Elementarteilchen. Darüber hinaus gestatten dynamische S.n auch die Bestimmung der möglichen Zustände von Quantensystemen, d. h., sie enthalten implizit deren Bewegungsgleichungen, die daher nicht extra aufgestellt und gelöst werden müssen.

Die S. der Naturgesetze hat zur Folge, daß die Erzeugenden der zugehörigen Transformationsgruppen in allen abgeschlossenen physikalischen Systemen feste, in verschiedenen Systemen im allgemeinen verschiedene Werte haben, die bei der Bewegung des Systems konstant bleiben. Sie sind die Invarianten, d. h. die unveränderlichen Größen der Bewegung, so ist z. B. die Energie als Erzeugende der zeitlichen Translationen für abgeschlossene Systeme konstant. Allgemein gilt auch die Umkehrung dieses Sachverhalts: Jedem physikalischen Erhaltungssatz entspricht eine S. der Natur. Die Invarianten machen im Grunde die Individualität der einfachsten physikalischen Systeme aus; sie sind ihre eigentlichen natürlichen "Namen". Daher werden die Elementarteilchen erst durch die Angabe ihrer Werte, der Quantenzahlen, eindeutig bestimmt und so einer Klassifizierung zugänglich. Eine besondere Rolle spielen hierbei die - Supersymmetrien.

Die S.n der Materie spiegeln nicht wie die Naturgesetze Korrelationen von Ereignissen wider, sondern umfassen die Naturgesetze; sie spiegeln Korrelationen der Naturgesetze, d. h. Korrelationen von Ereignissen, wider und können als übergeordnetes Prinzip (→ Symmetrieprinzip) das Auffinden von Naturgesetzen erleichtern.

Symmetrieachse, Sammelbegriff für folgende Symmetrieelemente: Dreh-, Schrauben-, Inversions- bzw. Drehspiegelachsen (+ Symmetrie) mit Ausnahme der einzähligen Achsen und der zweizähligen Drehinversions- und Drehspiegelachsen.

symmetrieäquivalent heißen solche Punkte, Geraden, Ebenen, Flächen oder Teile eines Körpers, die durch Symmetrieoperationen (→ Symmetrie) dieses Körpers aufeinander abgebildet werden.

Symmetriebrechung, → unitäre Symmetrie.

Symmetrieebene, Spiegelungsebene, ein mögliches Symmetrieelement eines geometrischen Gebildes, auch eines Moleküls oder Kristalls. Bei einer Spiegelung an der S. geht der betrefende Gegenstand in sich über. Weiteres → Symmetrie.

Symmetrieelemente, → Symmetrie.
Symmetriegruppe, Gruppe der Transformationen, die ein aus Punkten, Linien und Flächen bestehendes Gebilde unter Erhaltung aller Abstände und Winkel in sich überführen. Weiteres

→ Symmetrie.
Symmetriemodelle, in der Elementarteilchen-

physik Modelle der Elementarteilchen und deren Wechselwirkungen, die wesentlichen Gebrauch von den Symmetrien der Elementarteilchen machen und mehrere Teilchen als Mitglieder eines gemeinsamen Multipletts aufzufassen gestatten, die eine Darstellung der entsprechenden Symmetriegruppe aufspannen. Die S. haben wesentlich zur Klassifizierung der Elementarteilchen beigetragen. Die Mitglieder eines Multipletts, die im Fall einer exakten Symmetrie alle die gleiche Masse haben, werden oft auch als verschiedene Zustände ein und desselben Teilchens angesehen, wie es sich z. B. bei Proton p und Neutron n, die als die beiden Isospinzustände des Nukleons N aufgefaßt werden, eingebürgert hat. Die wichtigsten S. hängen mit der + unitären Symmetrie der Hadronen (d. s. die stark wechselwirkenden Teilchen) zusammen: a) das auf Fermi zurückgehende Symmetriemodell, wonach die Pionen als gebundene Zustände des Nukleon-Antinukleon-Systems aufgefaßt werden (z. B.  $\pi^+ \, \triangleq \, p\bar{n}$ ), und b) seine Erweiterung auf "fremde" Teilchen (+ Strangeness), das Sakata-Modell, in dem sämtliche Baryonen und Mesonen als gebundene Zustände der Nukleonen und des A-Hyperons verstanden werden sollen (z. B.  $K^+ riangleq p\Lambda$ ); dieses Modell führte auf Ergebnisse, die dem Experiment nicht entsprachen, und wurde c) vom "eightfold-way"-Modell bzw. d) vom (unitären) → Quarkmodell abgelöst; die beiden letzten S., die auf der SU(3)-Symmetrie der starken Wechselwirkung und einer Symmetriebrechung durch eine "mittelstarke" Wechselwirkung aufbauen, wurden zu entsprechenden SU(6)-symmetrischen Modellen weiterentwickelt, die den Spin der Teilchen berücksichtigen.

Eine Berücksichtigung der Dynamik erfordert die Verknüpfung mit der Lorentz- bzw. der Poincaré-Gruppe; in diesem Zusammenhang wurden viele verschiedene S. vorgeschlagen, die (im Gegensatz zu den unitären Symmetrien) sämtlich auf nichtkompakte Liesche Gruppen führen. Am weitesten ausgearbeitet sind das SL(6,C)- bzw. das O(4,2)-Modell, die von der speziellen (S) linearen (L) komplexen (C) Gruppe in 6 Dimensionen bzw. der orthogonalen (O) Gruppe in 6 Dimensionen mit der Metrik (++++--) arbeiten. Diese höheren oder dynamischen Symmetrien bzw. S.e haben jedoch noch nicht zu dem erwarteten Erfolg geführt, so daß man annehmen muß, daß die richtige Verknüpfung zwischen innerer Symmetrie, z. B. SU(3)-Gruppe, und äußerer Symmetrie, d. h. der Poincaré-Gruppe, noch nicht gefunden wurde; die ansprechendsten Resultate liefert das O(4,2)-Modell, das auf der dynamischen O(3,1)-Symmetrie des Wasserstoffatoms aufbaut (→ zufällige Entartung). Letztere rührt daher, daß das Wasserstoffatom außer der Rotationsinvarianz, d. h. Symmetrie bezüglich der dreidimensionalen orthogonalen Gruppe O(3), noch einem "zufälligen" Erhaltungssatz für den

Runge-Lenz-Vektor  $\vec{p} \times \vec{L} - e^2 m \vec{r}/r = \text{konst.}$ genügt, wobei  $\vec{p}$  der Impuls,  $\vec{L}$  der Drehimpuls, e die elektrische Ladung, m die Masse,  $r = |\vec{r}|$ und f der Ortsvektor des Elektrons ist. Die relativistische Verallgemeinerung von  $\vec{p} \times \vec{L}$  wird als Pauli-Lubanski-Vektor bezeichnet: W,, =  $\frac{1}{2} \, \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \, P_{\nu} M_{\rho\sigma}$ ; dabei ist  $\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$  der total antisymmetrische Einheitstensor,  $P_{\nu}$  bzw.  $M_{\varrho\sigma}$  sind die Erzeugenden der raumzeitlichen Translationen bzw. der räumlichen Drehungen und der Lorentz-Drehungen (→ Lorentz-Gruppe), und über die doppelt auftretenden Indizes  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\varrho$ ,  $\sigma = 0$ , 1, 2, 3 ist zu summieren;  $W^2 =$ W, W ist eine Invariante der Poincaré-Gruppe und hat einen (relativistischen) Erhaltungssatz zur Folge, der in das O(4,2)-Modell wesentlich eingeht. Weitere S. der Elementarteilchen sind die

chiralen SU(2)  $\times$  SU(2)- bzw. SU(3)  $\times$  SU(3)-Symmetrien, die von der Zerlegung der Hadronenströme in einen Vektor- und Axialvektor-Anteil herrühren (→ schwache Wechselwirkung) und besonders im Zusammenhang mit der Stromalgebra eine wesentliche Rolle spielen. Symmetrien der Elementarteilchen, die sich im Verhalten der Elementarteilchen, insbesondere bei Streu- und Zerfallsprozessen, durch gewisse allgemeine Regelmäßigkeiten und Zusammenhänge der Wirkungsquerschnitte und durch Auswahlregeln für bestimmte Reaktionen äußernden Symmetrieeigenschaften der zugrunde liegenden Wechselwirkungen. Die S. d. E. spiegeln sich mathematisch als Kovarianz der Feldgleichungen oder der S-Matrix gegenüber entsprechenden Transformationsgruppen wider, die zur Definition entsprechender Quantenzahlen und zugehöriger Erhaltungssätze führen (→ Noethersches Theorem), und gestatten eine natürliche Charakterisierung und Klassifikation der Elementarteilchen (+ Symmetrie). Die S. d. E. werden getrennt in äußere, d. h. raumzeitliche, und innere, d.h. vom Raum-Zeit-Kontinuum unabhängige Symmetrien; erstere hängen mit der inhomogenen Lorentz-Gruppe, letztere mit bestimmten Eichgruppen und bestimmten unitären Gruppen (→ unitäre Symmetrie) zusammen. Die kontinuierlichen, d. h. durch stetige Transformationen repräsentierten äußeren S. d. E. sind notwendige Symmetrien, sie führen zur Erhaltung von Energie, Impuls, Drehimpuls und Schwerpunktbewegung (als Folge der Invarianz gegenüber zeitlichen bzw. räumlichen Translationen, räumlichen Drehungen bzw. speziellen Lorentz-Transformationen); die diskreten äußeren Symmetrien, die mit der Parität bzw. Zeitumkehr (als Folge der Invarianz gegenüber der räumlichen Spiegelung am Koordinatenursprung bzw. der Umkehr der Zeitkoordinate) zusammenhängen, müssen nicht bei allen Wechselwirkungen auftreten. Die inneren S. d. E. werden ebenfalls durch Symmetrietransformationen, jedoch in abstrakten, mathematischen Koordinatenräumen repräsentiert; die Invarianz gegenüber Eichtransformationen führt zur Erhaltung der verschiedenen Ladungen, und zwar der elektrischen, baryonischen und leptonischen Ladung, während die Invarianz gegenüber der SU(3)-Gruppe zur Erhaltung von Hyperladung, Isospin und weiteren Quantenzahlen führt und die Isospininvarianz Symmetrien der Elementarteilchen